

IOANA MAGDAȘ

**DIDACTICA MATEMATICII
PENTRU ÎNVĂȚĂMÂNTUL
PRIMAR ȘI PREȘCOLAR**

FUNDAMENTE TEORETICE ȘI APLICATIVE

EDIȚIA A III-A REVIZUITĂ

PRESA UNIVERSITARĂ CLUJEANĂ

2022

INTRODUCERE.....	7
CAPITOLUL 1. REPERE METODOLOGICE PRIVIND APLICAREA CURRICULUMULUI NAȚIONAL DE MATEMATICĂ PENTRU ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREȘCOLAR ȘI PRIMAR	9
1.1. Aspecte generale ale Curriculumul Național	10
1.2. Curriculumul de matematică pentru învățământul preșcolar și primar	11
1.3. Conținuturi noționale matematice studiate în învățământul preșcolar și primar.....	15
1.4. Strategii didactice utilizate în procesul instruirii la matematică.....	16
1.4.1. Sistemul metodelor de învățământ utilizate în activitățile matematice.....	16
1.4.2. Mijloace de învățământ utilizate în activitățile matematice.....	17
1.4.3. Forme de organizare a activităților matematice	21
1.5. Evaluarea în lecția de matematică	23
1.6. Proiectul de lecție	28
1.6.1. Tipuri și variante de lecții	29
1.6.2. Formularea operațională a obiectivelor	29
1.6.3. Evenimentele lecției.....	33
1.6.4. Algoritmul proiectării didactice	33
CAPITOLUL 2. METODOLOGIA CONȚINUTURILOR MATEMATICE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREȘCOLAR ȘI PRIMAR.....	35
2.1. Formarea gândirii logico-matematice a elevilor.....	37
2.1.1. Locul elementelor de logică matematică și teoria mulțimilor în programele școlare de matematică.....	38
2.1.2. Sugestii metodice pentru formarea și exersarea gândirii logico-matematice a elevilor și exemple specifice	39
2.2. Formarea conceptului de număr natural.....	46
2.2.1. Repere istorice utile în formarea conceptului de număr natural.....	46
2.2.2. Aspecte generale ale formării conceptului de număr natural	47
2.2.3. Numerele naturale de la 1 până la 10 în învățământul preșcolar	48
2.2.4. Numerele naturale de la 0 până la 10, la clasa pregătitoare și clasa I.....	52
2.2.5. Numerele naturale de la 11 până la 20	54
2.2.6. Numerele naturale de la 20 până la 100	56
2.2.7. Numerele naturale de la 100 până la 1000	59
2.2.8. Numerele naturale mai mari decât 1000	60
2.2.9. Rotunjirea și aproximarea numerelor naturale	62
2.2.10. Scrierea numerelor naturale cu cifre romane	63
2.3. Formarea competenței de calcul cu numere naturale.....	64
2.3.1. Adunarea și scăderea numerelor naturale în intervalul 0-10	64
2.3.2. Adunarea și scăderea numerelor naturale în intervalul 0 - 31	67
2.3.3. Adunarea și scăderea numerelor naturale în celelalte intervale: 0 - 100, 0 - 1000, 0 - 10000 și 0 - 1000000.....	77
2.3.4. Introducerea operației de înmulțire și tabla înmulțirii	79
2.3.5. Înmulțirea numerelor naturale având produsul mai mic sau egal cu 1000000	88
2.3.6. Împărțirea numerelor naturale.....	101
2.3.7. Ordinea efectuării operațiilor și tehnici de calcul rapid	111
2.4. Formarea conceptului de fracție ordinară și a competenței de operare cu fracții	115
2.4.1. Introducerea noțiunii de fracție.....	116
2.4.2. Fracții egale	119
2.4.3. Compararea fracțiilor	120
2.4.4. Aflarea unei fracții dintr-un întreg.....	121
2.4.5. Aflarea unui întreg când se cunoaște o fracție din el.....	122
2.4.6. Adunarea și scăderea fracțiilor cu același numitor	123
2.5. Formarea gândirii geometrice de bază	124
2.5.1. Modelul van Hiele al nivelelor gândirii geometrice	124
2.5.2. Predarea-învățarea elementelor de geometrie în învățământul preșcolar și primar	126

2.5.3. Greșeli tipice în predarea-învățarea elementelor de geometrie.....	133
2.5.4. Sugestii de corectare a greșelilor de predare-învățare a elementelor de geometrie.....	135
2.6. Formarea competențelor de operare cu mărimi, unități și instrumente de măsură.....	136
2.6.1. Măsurarea lungimii	137
2.6.2. Măsurarea volumului.....	138
2.6.3. Măsurarea masei	138
2.6.4. Măsurarea timpului.....	140
2.6.5. Măsurarea valorii unui produs.....	140
2.7. Formarea competențelor de organizare și reprezentare a datelor	141
2.8. Formarea competențelor de estimare a unor valori sau rezultate	148
CAPITOLUL 3. METODOLOGIA ACTIVITĂȚILOR MATEMATICE PENTRU ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREȘCOLAR ȘI PRIMAR.....	151
3.1. Expunerea, explicația și conversația.....	151
3.2. Problematizarea	153
3.3. Învățarea prin descoperire	155
3.4. Modelarea	156
3.5. Demonstrația	159
3.6. Algoritmizarea	160
3.7. Observația sistematică.....	161
3.8. Învățarea prin cercetare/investigație	161
3.9. Proiectul și referatul.....	163
3.10. Portofoliul	165
3.11. Jocul didactic matematic.....	165
CAPITOLUL 4. METODOLOGIA REZOLVĂRII EXERCITIILOR ȘI PROBLEMELOR DE ARITMETICĂ.....	170
4.1. Conceptele de exercițiu și problemă în matematică	170
4.2. Clasificări ale problemelor de aritmetică	172
4.3. Etape metodice de rezolvare a exercițiilor și problemelor de aritmetică.....	174
4.4. Metode generale de rezolvare a problemelor	182
4.5. Metode de rezolvare a unor probleme de aritmetică	182
4.5.1. Metoda figurativă	182
4.5.2. Metoda falsei ipoteze și rezolvarea prin încercări	189
4.5.3. Metoda reducerii la unitate.....	191
4.5.4. Metoda comparației	192
4.5.5. Metoda mersului invers.....	194
CAPITOLUL 5. PRINCIPII DIDACTICE GENERALE ALE ÎNVĂȚĂMÂNTULUI MATEMATIC.....	196
5.1. Principiul caracterului științific.....	196
5.2. Principiul sistematizării și continuității.....	198
5.3. Principiul participării conștiente și active	198
5.4. Principiul respectării particularităților de vârstă și individuale	200
5.5. Principiul intuiției.....	201
5.6. Principiul temeiniciei învățării.....	202
5.7. Principiul motivației optime	204
5.8. Principiul abordării integrate a cunoștințelor și legării teoriei de practică.....	205
CONCLUZII ȘI RECOMANDĂRI.....	206
ANEXE	208
Anexa 1. PLAN DE ÎNVĂȚĂMÂNT – NIVEL PREȘCOLAR (selecție)	208
Anexa 2. PLANUL-CADRU DE ÎNVĂȚĂMÂNT PENTRU ÎNVĂȚĂMÂNTUL PRIMAR.....	208
Anexa 3. PROGRAME ȘCOLARE LA DISCIPLINA „MATEMATICĂ ȘI EXPLORAREA MEDIULUI” PENTRU CLASELE PREGĂTITOARE, I ȘI A II-A (selecție)	209
Anexa 4. PROGRAME ȘCOLARE LA DISCIPLINA „MATEMATICĂ” PENTRU CLASELE A III –A ȘI A IV- A (selecție).....	212
Anexa 5. MODELE STRUCTURALE ALE PROIECTULUI DE LECȚIE	215
BIBLIOGRAFIE	219

CAPITOLUL 1. REPERE METODOLOGICE PRIVIND APLICAREA CURRICULUMULUI NAȚIONAL DE MATEMATICĂ PENTRU ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREȘCOLAR ȘI PRIMAR

• Scopul și obiectivele capitolului

În acest capitol sunt prezentate aspecte privind curriculumul național de matematică pentru învățământul preșcolar și primar precum și elemente de strategie didactică și proiectare a activităților didactice. Ne propunem să realizăm o cât mai bună transpunere a curriculumului în practica școlară, asigurându-se astfel premisele formării competențelor matematice ale elevilor.

Pe parcursul capitolului cititorii vor fi capabili:

01.1. Să enumere elementele componente ale Curriculumului Național.

01.2. Să definească conceptele cheie ale Curriculumului Național.

01.3. Să denumească elementele componente ale programelor școlare de matematică pentru învățământul primar și preșcolar.

01.4. Să analizeze programele pentru învățământul primar și preșcolar în scopul clasificării și selectării domeniilor de conținut studiate.

01.5. Să formuleze obiective concrete de conținut, utilizând modelul lui Mager de operaționalizare a obiectivelor.

01.6. Să selecteze strategiile didactice și cele de evaluare adecvate unei activități matematice.

01.7. Să realizeze proiecte de activități didactice la matematică pentru învățământul preșcolar și primar.

• Introducere

Componentele Curriculumului Național pentru învățământul preșcolar și primar sunt cuprinse în schema din Figura 1a. și vor fi detaliate în continuare.

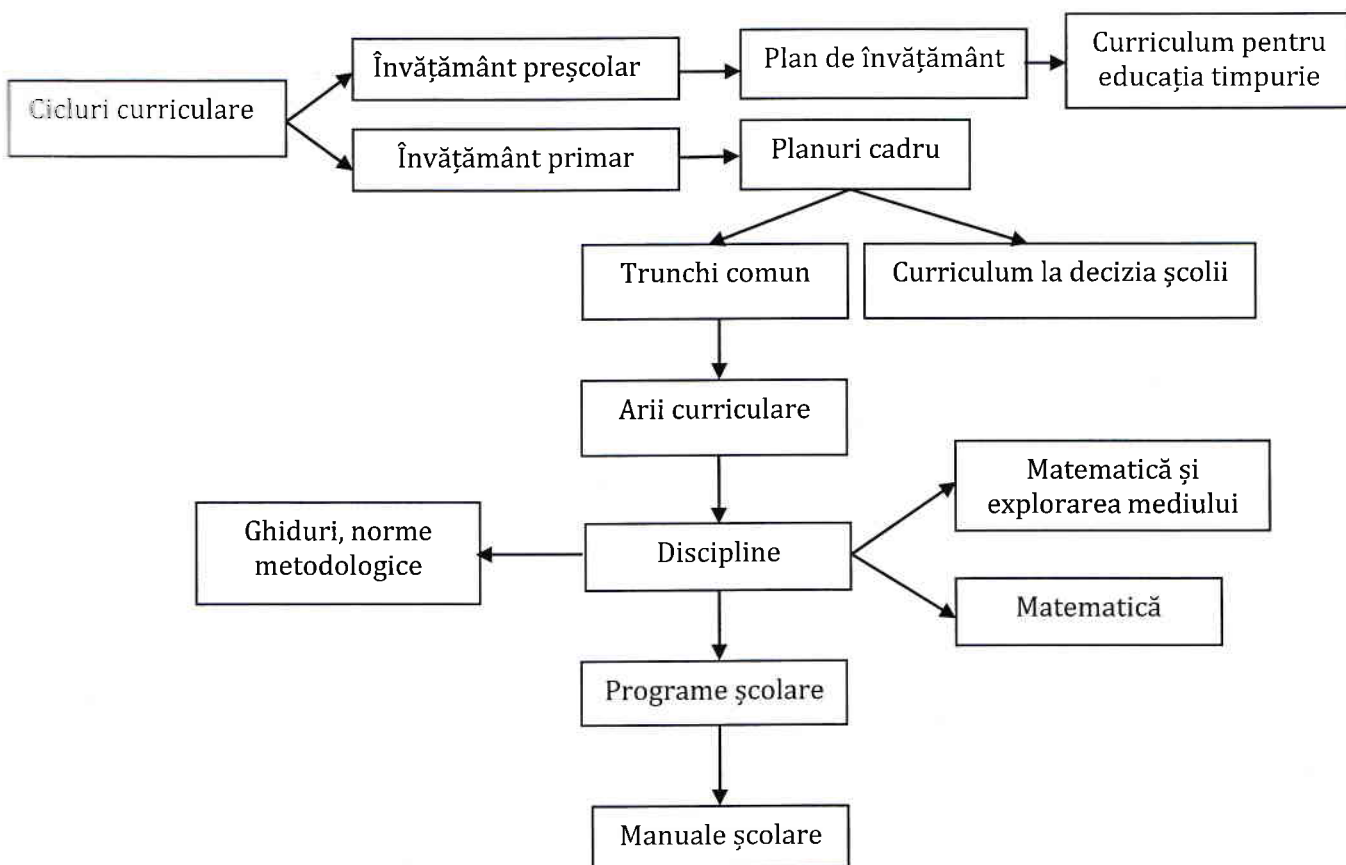


Figura 1a. Componente ale Curriculumului Național

La rândul său, profesorul trebuie să realizeze proiectarea demersului didactic așa cum este prezentat în Figura 1b.

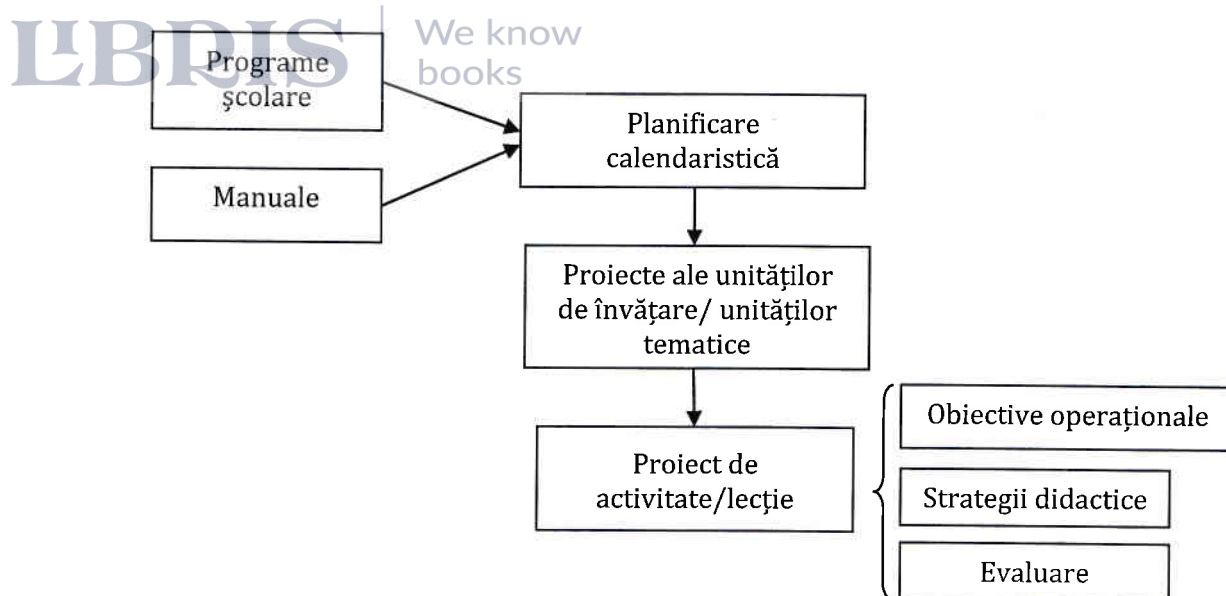


Figura 1b. Repere ale proiectării demersului didactic

1.1. Aspecte generale ale Curriculumul Național

Anul 1998 este anul de început al reformei curriculare în România. Punctul de pornire al reformei curriculare în România a constat în elaborarea noului *Curriculum Național* al școlilor și liceelor. Pentru prima dată în învățământul românesc, planurile și programele de învățământ au fost flexibilizate și s-a dat o anumită autonomie fiecărei unități de învățământ.

Curriculumul Național este un set de documente oficiale elaborate de Ministerul Educației, care planifică conținutul educației. Elementele componente ale Curriculumului Național pentru învățământul preșcolar și primar sunt următoarele:

- *Ciclurile curriculare* reprezintă periodizări ale școlarității care au în comun obiective specifice. Ele grupează mai mulți ani de studiu, care aparțin uneori de niveluri școlare diferite. Ele se suprapun peste structura formală a sistemului de învățământ cu scopul de a focaliza obiectivul major al fiecărei etape școlare și de a regla procesul de învățământ prin intervenții de natură curriculară. Ciclurile curriculare corespunzătoare învățământului preșcolar și primar sunt: *Ciclul achizițiilor fundamentale* (grupa pregătitoare a grădiniței/ clasa pregătitoare, clasele I și a II-a) și *Ciclul de dezvoltare* (de la clasa a III-a până la clasa a VI-a).

- *Planul de învățământ nivel preșcolar* și *Planul- cadru de învățământ pentru învățământul primar* reprezintă documente reglatoare esențiale prin care se stabilesc categoriile de activități de învățare, respectiv ariile curriculare și obiectele de studiu cu resursele de timp necesare abordării acestora (a se vedea Anexele 1 și 2).

- *Trunchiul comun* (TC) pentru învățământul primar reprezintă oferta educațională constând din aceleași discipline, cu același număr de ore valabile pentru toți elevii indiferent de școală.

- *Curriculumul la decizia școlii* (CDȘ) reprezintă ansamblul proceselor educative și al experiențelor de învățare pe care fiecare școală le propune în mod direct elevilor săi în cadrul ofertei curriculare proprii constând din cursurile opționale oferite elevilor.

- *Aria curriculară* reprezintă un grupaj de discipline școlare care au în comun anumite obiective și metodologii și care oferă o viziune multi și/sau interdisciplinară asupra obiectelor de studiu. Ariile curriculare existente în învățământul românesc sunt: *Limbă și comunicare*, *Matematică și Științe ale naturii*, *Om și societate*, *Arte*, *Educație fizică, sport și sănătate*, *Tehnologii*, *Consiliere și Orientare*. Cele șapte arii curriculare au fost selectate în conformitate cu finalitățile învățământului și sunt compatibile cu cele opt domenii de competențe-cheie stabilite la nivel european: comunicare în limba maternă; comunicare în limbi străine; matematică, științe și tehnologii; tehnologia informației și a comunicațiilor (TIC); competențe interpersonale, interculturale, sociale și civice; cultură antreprenorială; sensibilizarea la cultură; și „a învăța să înveți”. Ariile curriculare rămân aceleași pe întreaga durată a școlarității obligatorii și a liceului, dar ponderea lor este variabilă în cadrul ciclurilor curriculare și de-a lungul anilor de studiu.

- *Ghidurile, normele metodologice și materialele suport* descriu condițiile de aplicare și monitorizare a procesului curricular.

- *Programele școlare* descriu oferta educațională a unei anumite discipline pentru un parcurs școlar determinat (a se vedea Anexele 3 și 4).

- *Manualele alternative* sunt produse curriculare care organizează curriculumul și conținuturile obiectului de studiu și concretizează programele școlare în diferite unități didactice, verificabile în contextul desfășurării procesului de învățământ și al promovării relațiilor educaționale profesor-elev (Bocoș, Răduț-Taciu și Stan, 2018, p. 47).

1.2. Curriculumul de matematică pentru învățământul preșcolar și primar

În jurul anului 2000 în toate statele europene curriculumul de matematică a fost revizuit, iar din 2007 au fost introduse modificări (EACEA P9 Eurydice, 2011, p. 29). Un motiv al acestor modificări îl reprezintă noua perspectivă asupra rezultatelor învățării care, potrivit Cadrului European al Calificărilor (EQF), trebuie să explicitizeze *ce știe o persoană care învață, ce înțelege și ce este capabil să facă la încheierea unui proces de învățare*. Ca urmare, Curriculumul se concentrează pe rezultatele proceselor de învățare: cunoștințe, deprinderi și competențe. Un alt motiv al revizuirilor operate la nivelul curriculumului îl reprezintă includerea în conținuturile învățării a legăturilor cross-curriculare dintre discipline. Această abordare curriculară devenită din ce în ce mai răspândită afirmă că atât conținuturile cât și abilitățile matematice sunt fundamentale altor discipline de învățământ (EACEA P9 Eurydice, 2011). În România noul curriculum a fost introdus progresiv, mai întâi curriculumul pentru învățământul preșcolar în 2008 și revizuit în 2019, continuând cu cel pentru învățământul primar în 2013-2014 și apoi cu cel pentru învățământul gimnazial în 2017.

Schema din Figura 1.2a. arată locul matematicii din învățământul primar și preșcolar în Curriculum Național actual precum și structura programelor școlare.

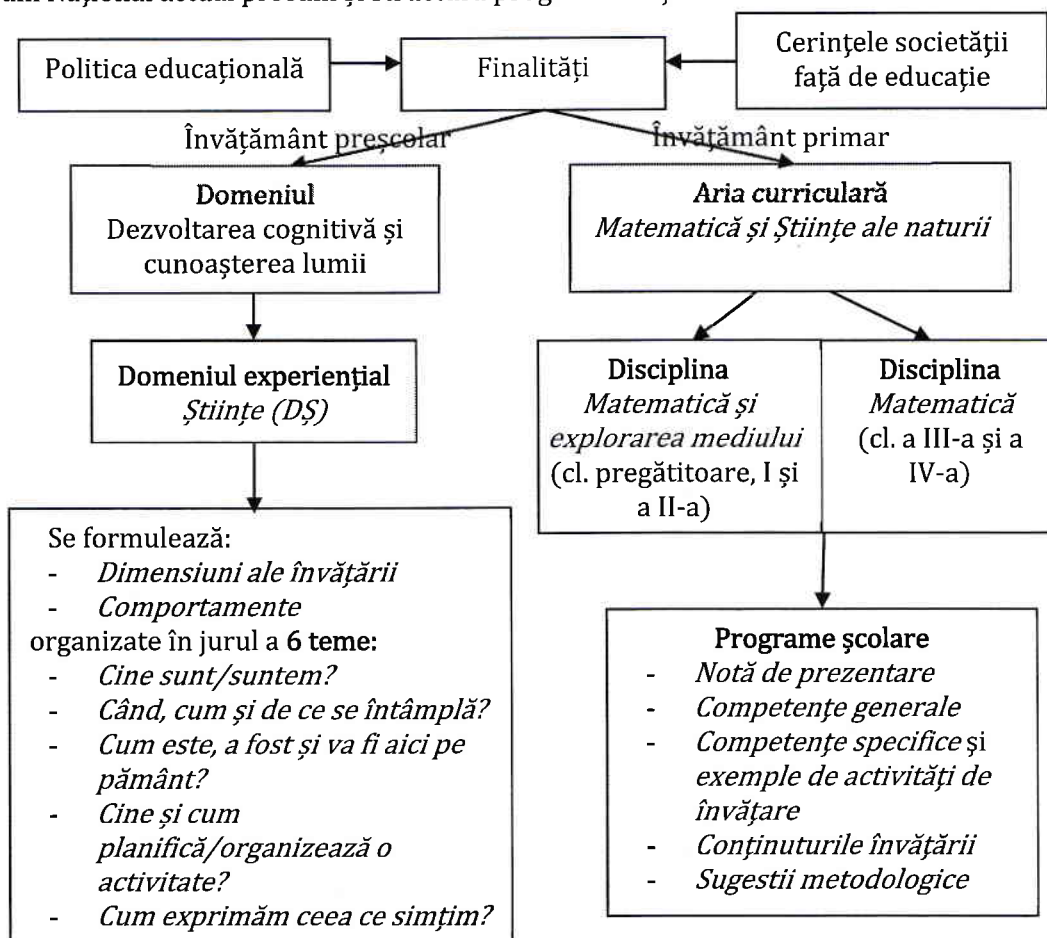


Figura 1.2a. Locul matematicii din învățământul primar și preșcolar în Curriculumul Național

Idealul educațional și finalitățile sistemului reprezintă un set de aserțiuni de politică educațională, care consemnează la nivelul *Legii învățământului*, profilul de personalitate dezirabil al absolvenților sistemului de învățământ, în perspectiva evoluției societății românești. Acestea au un rol reglator, ele constituind un sistem de referință în elaborarea Curriculumului național. *Finalitățile* pe niveluri de școlarizare constituie o concretizare a finalităților sistemului de învățământ. Ele descriu specificul

fiecărui nivel de școlaritate din perspectiva politicii educaționale și reprezintă un sistem de referință, atât pentru elaborarea programelor școlare cât și pentru orientarea demersului didactic la clasă.

Din explicitarea finalităților, se formulează:

- La nivelul învățământului preșcolar, *domeniile de dezvoltare* care sunt diviziuni convenționale, necesare din rațiuni pedagogice, pentru asigurarea dezvoltării depline, complexe și pentru observarea evoluției copilului și *domeniile experiențiale* (Ministerul Educației Naționale, 2019a și 2019b).

- La nivelul învățământului primar, *ariile curriculare* care sunt valabile și pentru învățământul gimnazial și liceal, iar apoi *disciplinele*.

În **Curriculumul pentru educația timpurie** (Ministerul Educației Naționale, 2019a) este introdus domeniul *Dezvoltarea cognitivă și cunoașterea lumii* care a fost definit în termenii „abilității copilului de a înțelege relațiile dintre obiecte, fenomene, evenimente și persoane, dincolo de caracteristicile lor fizice”. Domeniul include abilitățile de gândire logică și rezolvare de probleme, cunoștințe elementare matematice ale copilului și cele referitoare la lume și mediul înconjurător. Dimensiunile dezvoltării și comportamentele vizate ale domeniului sunt prezentate în Tabelul 1.2b.

Tabel 1.2b. Dimensiuni ale dezvoltării și comportamente vizate pentru domeniul: Dezvoltarea cognitivă și cunoașterea lumii (Ministerul Educației Naționale, 2019a)

Nr. crt.	Dimensiuni ale dezvoltării	Nivel antepreșcolar (de la naștere la 3 ani)	Nivel preșcolar (de la 3 la 6 ani)
		<i>La finalul perioadei antepreșcolare, copilul va manifesta o serie de comportamente, între care:</i>	<i>La finalul perioadei preșcolare, copilul va manifesta o serie de comportamente, între care:</i>
1.	<i>Relații, operații și deducții logice în mediul apropiat</i>	1.1. Experimentează pentru a observa efectele propriilor acțiuni asupra obiectelor și asupra celorlalți. 1.2. Constată și descrie asemănarea sau deosebirea dintre două obiecte de același tip (ex.: o minge este mai mare decât lată, fusta mea este la fel cu cea a Mariei etc.). 1.3. Repetă/ reia comportamente pornind de la experiențe anterioare (ex.: observă cum adultul suflă în mâncare pentru a o răci și suflă și el/ea la următoarea masă). 1.4. Utilizează explorarea prin încercare și eroare pentru a rezolva probleme.	1.1. Identifică elementele caracteristice ale unor fenomene/relații din mediul apropiat. 1.2. Compară experiențe, acțiuni, evenimente, fenomene/relații din mediul apropiat. 1.3. Construiește noi experiențe, pornind de la experiențe trecute 1.4. Identifică posibile răspunsuri/soluții la întrebări, situații - problemă și provocări din viața proprie și a grupului de colegi. 1.5. Realizează, în mod dirijat, activități simple de investigare a mediului, folosind instrumente și metode specifice.
2.	<i>Reprezentări matematice elementare, pentru rezolvarea de probleme și cunoașterea mediului apropiat</i>	2.1 Recunoaște unele cantități ale unor obiecte (ex.: <i>două cărți, trei cutii</i> etc.). 2.2. Identifică prin comparare, mărimea (<i>mare – mic</i>) sau cantitatea (<i>mult/-e – puțin/-e</i>) obiectelor de același tip. 2.4. Seriază obiecte de același fel într-un șir (ex.: <i>un șir de cuburi</i>). 2.5. Identifică, cu sprijin, categorii de obiecte, ființe (ex.: pisica, vulpea și câinele sunt animale) și le grupează după un criteriu.	2.1 Demonstrează familiarizarea cu conceptul de număr și cu numerația. 2.2. Demonstrează familiarizarea cu informații despre mărime, formă, greutate, înălțime, lungime, volum. 2.3. Identifică și numește formele obiectelor din mediul înconjurător. 2.4. Efectuează operații de serie, grupare, clasificare, măsurare a obiectelor. 2.5. Rezolvă situații-problemă, pornind de la sortarea și reprezentarea unor date.
3.	<i>Caracteristici structurale și funcționale ale lumii înconjurătoare</i>	3.1. Sesizează detalii sau diferențe între obiecte, ființe, fenomene de care sunt interesați, atunci când le examinează.	3.1. Evidențiază caracteristicile unor obiecte localizate în spațiul înconjurător.

	rătoare	3.2. Observă și înțeleg că ființele vii au nevoie de apă și hrană pentru a crește și a se dezvolta. 3.3. Descrie câteva părți ale corpului omenesc și câteva organe.	3.2. Identifică și valorifică unele caracteristici ale lumii vii, ale Pământului și Spațiului. 3.3. Descrie unele caracteristici ale lumii vii, ale Pământului și Spațiului. 3.4. Demonstrează cunoașterea poziției omului în univers, ca parte a lumii vii și ca ființă socială.
--	---------	---	---

În învățământul preșcolar, **domeniul științe (DȘ)** include atât abordarea domeniului matematic prin intermediul experiențelor practice, cât și înțelegerea naturii, ca fiind modificabilă de ființele umane cu care se află în interacțiune. Astfel, se consideră necesar ca preșcolarii să fie puși în contact cu **domeniul matematic**, nu numai prin activități specifice (de exemplu, recunoaștere culoare/ formă/ mărime/ lățime, numerație în limitele 1-10, forme geometrice etc.), ci și prin jocuri dirijate cu materiale cum ar fi nisipul sau apa, prin simularea de cumpărături în magazine etc. În acest mod, vor putea fi dezvoltate reprezentările acestora cu privire la unele concepte, cum ar fi: volum, masă, număr și, de asemenea, ei vor putea fi implicați în activități de discriminare, clasificare sau descriere cantitativă. Dezvoltarea capacităților de raționament, inclusiv de raționament abstract, va fi încurajată în conexiune cu obiecte și activități familiare în sala de grupă sau la domiciliul copiilor. Este considerată deosebit de semnificativă concretizarea ideilor matematice în experimente, utilizarea lor împreună cu alte concepte și elemente de cunoaștere pentru rezolvarea de probleme, pentru exprimarea unor puncte de vedere, pentru creșterea clarității sau relevanței unor mesaje. De asemenea, este de dorit ca activitățile să nu îngrețască copilul doar la contextul disciplinelor matematice, ci să-i ofere posibilitatea de a explora și contexte ale unor alte componente curriculare, oriunde apar elemente, cum ar fi: generarea unor desene geometrice, scheme, estimarea unor costuri, planificarea unor activități, cuantificarea unor rezultate, analiza proporțiilor unei clădiri etc. Abilități și competențe asociate demersurilor de investigație științifică, cum ar fi observarea, selectarea elementelor semnificative din masa elementelor irelevante, generarea de ipoteze, generarea de alternative, conceperea și realizarea de experimente, organizarea datelor rezultate din observații, pot fi dobândite de copiii preșcolari atunci când sunt puși în contact cu **domeniul cunoașterii naturii**, prin activități simple, cum ar fi: observarea unor ființe/ plante/ animale/ obiecte din mediul imediat apropiat, modelarea plastilinei (putând face constatări privind efectul încălzirii asupra materialului), confecționarea sau jocul cu instrumente muzicale simple, aplicarea unor principii științifice în economia domestică (de exemplu, producerea iaurtului) sau prin compararea proprietăților diferitelor materiale. Totodată, preșcolarii pot fi încurajați să efectueze experimente, să utilizeze în condiții de securitate diferite instrumente sau echipamente, să înregistreze și să comunice rezultatele observațiilor științifice, să utilizeze diferite surse de informare, să rezolve probleme, să caute soluții, să sintetizeze concluzii valide (Ministerul Educației Naționale, 2019b).

Programele școlare pentru învățământul primar (Ministerul Educației Naționale, 2013, 2014).

La clasa pregătitoare, clasele I și a II-a a fost introdusă **disciplina *Matematică și explorarea mediului (MEM)*** ca făcând parte din aria curriculară *Matematică și Științe ale naturii*. Prin această disciplină, pentru prima dată în învățământul românesc, se realizează o abordare integrată a conceptelor specifice domeniilor *Matematică și Științe ale naturii*. Disciplinei MEM îi sunt alocate, la clasa pregătitoare și clasa I câte 4 ore pe săptămână, iar la clasa a II-a câte 5 ore.

Potrivit *Notei de prezentare* a programei școlare, principalele motive care au determinat abordarea integrată a matematicii și a unor elemente de științe ale naturii în cadrul aceleiași programe sunt următoarele:

- O învățare holistică la această vârstă are mai multe șanse să fie interesantă pentru elevi, fiind mai apropiată de universul lor de cunoaștere.
- Contextualizarea învățării prin referirea la realitatea înconjurătoare sporește profunzimea înțelegerii conceptelor și a procedurilor utilizate.
- Armonizarea celor două domenii: matematică și științe permite folosirea mai eficientă a timpului didactic și mărește flexibilitatea interacțiunilor.

Așa cum se precizează în *Nota de prezentare*, studiul disciplinei *MEM* urmărește „o dezvoltare progresivă a competențelor, precum și a celorlalte achiziții dobândite de elevi, prin valorificarea experienței specifice vârstei elevilor, prin accentuarea dimensiunilor afectiv-atitudinale și acționale ale formării personalității elevilor. Programa disciplinei MEM pentru clasa pregătitoare a fost structurată

astfel încât să promoveze un demers didactic centrat pe dezvoltarea unor competențe incipiente ale elevului de vârstă mică, în scopul construirii bazei pentru învățări aprofundate ulterioare”.

La clasele a III-a și a IV-a regăsim **disciplina Matematică** în cadrul ariei curriculare *Matematică și Științe ale naturii*, cu o alocare orară de 4 ore pe săptămână. Potrivit *Notei de prezentare* a programei școlare „în procesul de elaborare s-a avut în vedere recomandările europene privind competențele cheie, rezultatele înregistrate la testările naționale și internaționale pentru învățământul primar, precum și exigențele Cadrului de referință TIMSS 2011. Din această perspectivă, elevii sunt sprijiniți să gândească critic asupra problemelor cotidiene, să identifice soluții și să rezolve probleme utilizând metode diverse. Matematica devine astfel o cale prin care pot fi rezolvate probleme curente, dezvoltând cunoștințe, abilități și atitudini utile în studiul altor discipline, în profesia viitoare și pentru viață”.

Programele școlare au fost elaborate pe baza unui model de proiectare curriculară centrat pe competențe (Figura 1.2a.).

Competențele sunt ansambluri structurate de cunoștințe, abilități și atitudini dezvoltate prin învățare, care permit rezolvarea unor probleme specifice unui domeniu sau a unor probleme generale, în contexte particulare diverse.

Competențele generale vizate la nivelul disciplinelor *Matematică și explorarea mediului*, respectiv *Matematică* jalonează achizițiile de cunoaștere și de comportament ale elevului pentru întreg ciclul primar. În Tabelul 1.2c. sunt prezentate comparativ aceste competențe generale.

Tabel 1.2c. Competențe generale în învățământul primar

Disciplina <i>Matematică și explorarea mediului</i> clasa pregătitoare, cl. I și cl. a II-a	Disciplina <i>Matematică</i> cl. a III-a și cl. a IV-a
CG_MEM1. Utilizarea numerelor în calcule elementare. CG_MEM2. Evidențierea caracteristicilor geometrice ale unor obiecte localizate în spațiul înconjurător. CG_MEM3. Identificarea unor fenomene/relații/regularități/structuri din mediul apropiat. CG_MEM4. Generarea unor explicații simple prin folosirea unor elemente de logică. CG_MEM5. Rezolvarea de probleme pornind de la sortarea și reprezentarea unor date. CG_MEM6. Utilizarea unor etaloane convenționale pentru măsurări și estimări.	CG_M1. Identificarea unor relații/regularități din mediul apropiat. CG_M2. Utilizarea numerelor în calcule. CG_M3. Explorarea caracteristicilor geometrice ale unor obiecte localizate în mediul apropiat. CG_M4. Utilizarea unor etaloane convenționale pentru măsurări și estimări. CG_M5. Rezolvarea de probleme în situații familiare.

Analizând competențele generale pentru clasele pregătitoare, I și a II-a, comparativ cu cele pentru clasele a III-a și a IV-a, constatăm că la 5 competențe apar doar mici diferențe între formulări și o altă ordine de așezare a lor în programele școlare. Astfel, se pot realiza următoarele corespondențe: CG_MEM1 cu CG_M2, CG_MEM2 cu CG_M3, CG_MEM3 cu CG_M1, CG_MEM5 cu CG_M5 și CG_MEM6 cu CG_M4. Competența generală CG_MEM4 de la clasele pregătitoare, I și a II-a nu se mai regăsește la clasele a III-a și a IV-a. Constatăm așadar că în clasele a III-a și a IV-a se continuă pe o treaptă superioară și prin noi activități de învățare, respectiv conținuturi dezvoltarea competențelor din clasele anterioare cu excepția competenței care vizează gândirea logică. Întrucât gândirea logică trebuie să fie dezvoltată pe tot parcursul învățământului matematic considerăm o lipsă a programei faptul că această competență nu a fost păstrată și pentru clasele a III-a și a IV-a când ar fi permis abordarea de conținuturi cu un grad mai mare de rigurozitate matematică. La această competență ne vom referi și în subcapitolul 2.1.

Prin centralizarea competențelor prevăzute în curriculumul la matematică la nivelul țărilor Uniunii Europene (EACEA P9, Eurydice, 2011) s-a constatat că ele fac referire la:

- *Stăpânirea deprinderilor și procedurilor de bază*, unde se pot include: CG_MEM1, CG_M2.
- *Înțelegerea conceptelor și principiilor matematice*, unde se pot include CG_MEM2, CG_MEM5, CG_MEM6, CG_M3, CG_M4, CG_M5.
- *Aplicarea matematicii în contextele vieții reale*, unde se pot include: CG_MEM2, CG_MEM3, CG_MEM5, CG_MEM6, CG_M1, CG_M3, CG_M4, CG_M5.
- *Comunicarea la matematică*, unde se pot include: CG_MEM1, CG_MEM5, CG_M2, CG_M5.
- *Raționamentul matematic*, unde se pot include: CG_MEM1, CG_MEM4, CG_MEM5, CG_M2, CG_M5.

Competențele specifice sunt derivate din competențele generale, reprezintă etape în dobândirea acestora și se formează pe durata unui an școlar. Pentru realizarea competențelor specifice, în programă

sunt propuse exemple de activități de învățare care valorifică experiența concretă a elevului și care integrează strategii didactice adecvate unor contexte de învățare variate. Prezentele programe școlare, așa cum se specifică în *Nota de prezentare* a programei școlare pentru disciplina MEM propun o ofertă flexibilă, care permite cadrului didactic să modifice, să completeze sau să înlocuiască activitățile de învățare specificate.

Conținuturile învățării se constituie din inventarul achizițiilor necesare elevului pentru alfabetizarea cu elemente de bază ale celor două domenii integrate (în cazul programelor pentru clasele pregătitoare, I și a II-a), respectiv din domeniul matematicii (pentru clasele a III-a și a IV-a). Domeniile de conținut pentru învățământul primar sunt prezentate la 1.3. și detaliate la Anexele 3 și 4.

Sugestiile metodologice au rolul de a orienta cadrul didactic în aplicarea programei școlare și includ sugestii privind strategii didactice, proiectarea activității didactice, precum și despre evaluare. Atât în programa școlară pentru disciplina MEM cât și în cea a disciplinei Matematică la sugestii metodologice se precizează că: „la acest nivel de vârstă, cadrul didactic va urmări sistematic realizarea de conexiuni între toate disciplinele prevăzute în schema orară a clasei respective, creând contexte semnificative pentru viața reală”.

1.3. Conținuturi noționale matematice studiate în învățământul preșcolar și primar

Stabilirea structurii tematice la nivelul programelor școlare presupune asumarea unei duble perspective de abordare a conținutului instruirii.

Pe de o parte **perspectiva științifică** impune includerea în curriculum a celor mai importante aspecte științifice ale disciplinei. Din această perspectivă, conținuturile matematice studiate în învățământul preșcolar și primar sunt cele cuprinse în schema din Figura 1.3.

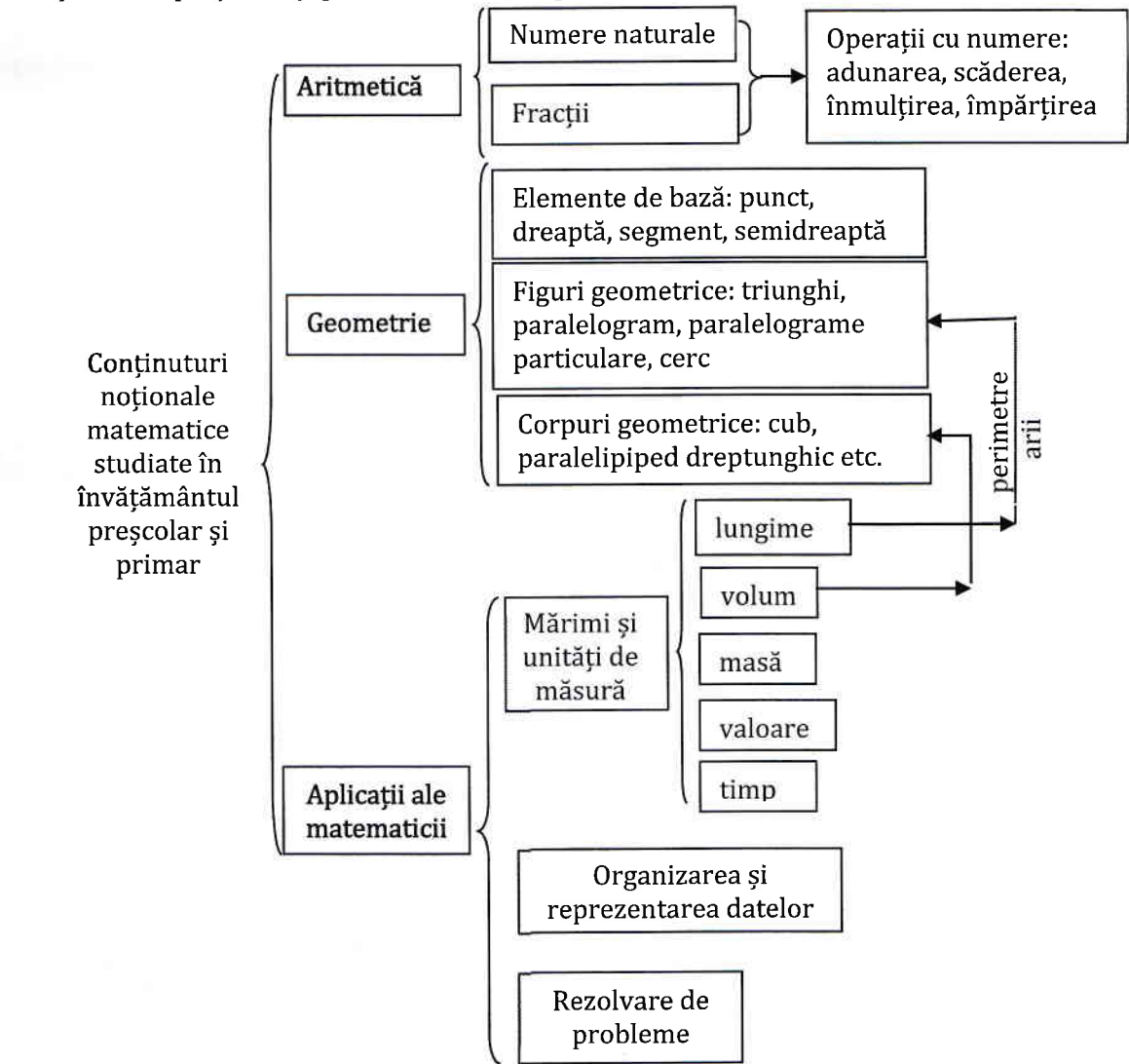


Figura 1.3. Conținuturi noționale matematice studiate în învățământul preșcolar și primar

Pe de altă parte, studiul unei discipline impune **adaptarea conținutului științific** la nevoile elevilor și la nivelul fiecărei trepte de școlarizare. Astfel structura tematică a unei programe școlare ține cont de următoarele criterii (Cristea, 1997):

- accesibilizarea cunoștințelor și capacităților ce urmează să fie dobândite de elevi în diferite etape ale școlarității;
- gradarea corectă a cunoștințelor și capacităților în raport cu resursele de spațiu și timp existente;
- deschiderea cunoștințelor și capacităților spre diferite tipuri de corelații disciplinare, interdisciplinare, transdisciplinare.

În concordanță cu această perspectivă programele școlare prevăd studierea conținuturilor în două feluri:

• **Liniar**, ceea ce presupune o înlănțuire succesivă a noțiunilor de la o unitate de învățare la alta și de la un an școlar la altul. Noțiunile se însușesc în formă definitivă, în întreaga lor sferă de cuprindere, fără a mai fi reluate. Aceste noțiuni se definesc complet, riguros de la prima întâlnire a elevului cu noțiunea. Revenirea asupra lor în clasele următoare se face numai cu scopul de a ușura înțelegerea altor noțiuni, sau pentru aplicații și rezolvări de probleme.

Exemple. Semnificația operației de înmulțire și împărțire, tabla înmulțirii, tabla împărțirii, elemente de terminologie ca: termen, sumă, descăzut, scăzător, rest (diferență), factor, produs, deîmpărțit, împărțitor, cât, rest etc.

• **Concentric (în spirală)**, care presupune reluarea acelorași noțiuni, cunoștințe, deprinderi, într-o formă aprofundată pe diferite trepte ale sistemului școlar. Revenirea se face din două motive:

1. Atunci când la prima întâlnire a elevului cu noțiunea, acesta nu o poate cuprinde în toată rigoarea sa. Acest tip de abordare se numește **concentrică calitativă**. În această situație însușirea completă, riguroasă se face prin restructurări, reinterpretări pe diferite trepte de școlaritate.

Exemple.

- Conceptul de număr natural.
- Patruleterele particulare: paralelogram, dreptunghi, romb, pătrat și legăturile dintre acestea.
- Proprietăți ca: asociativitate, comutativitate, element neutru se introduc mai întâi pentru adunarea numerelor naturale, apoi se revine la ele când se studiază înmulțirea numerelor naturale, iar ulterior în clasele gimnaziale și liceale în diferite contexte (mulțimile de numere Z, Q, R, C ; operațiile cu mulțimi – reuniune, intersecție, diferență; matrice etc.). În clasa a XII-a, se definesc și se studiază aceste proprietăți pe mulțimi înzestrate cu o lege de compoziție.
- Mărimi și unități de măsură.

2. Atunci când la prima întâlnire a elevului cu noțiunea, acesta este în măsură să asimileze definiția noțiunii așa cum apare în știință, dar nu poate cuprinde toate proprietățile, toate variantele echivalente de prezentare a ei. Vorbim astfel de o prezentare **concentrică cantitativă**, când revenirea la noțiune se face pentru completări, detalii sau definirea noțiunii în situații noi.

Exemple.

- La operația de înmulțire se înțelege semnificația acesteia în totalitate în momentul introducerii ei, dar se revine cu completări ca: proprietăți, tabla înmulțirii, înmulțiri cu numere mai mari etc.
- La operațiile matematice se revine în intervale noi nu atât pentru că nu a fost înțeleasă semnificația acestora dar mai ales pentru extinderea algoritmilor de calcul.

1.4. Strategii didactice utilizate în procesul instruirii la matematică

Strategia didactică reprezintă un sistem de metode, procedee, mijloace și forme de organizare a activității didactice, combinate, dozate și integrate în structuri operaționale unitare, coerente menite să asigure o însușire activă, creatoare a cunoștințelor și abilităților și să raționalizeze procesul instruirii.

Indiferent de tipologia lor, strategiile didactice utilizate la matematică integrează, alături de metode (prezentate în capitolul trei), materiale și instrumente specifice.

1.4.1. Sistemul metodelor de învățământ utilizate în activitățile matematice

Sistemul metodelor de învățământ cuprinde ansamblul *metodelor și procedeele didactice* utilizate în activitățile matematice.

Metoda didactică reprezintă un mijloc de activitate independentă a profesorului și a elevilor, o modalitate de cunoaștere și acțiune, un instrument cu ajutorul căruia elevii, sub îndrumarea

profesorului sau în mod independent, își însușesc sau aprofundează cunoștințele, își formează și dezvoltă priceperi și deprinderi (abilități) intelectuale și practice, capacități, comportamente, aptitudini, atitudini etc. (Bocoș și Jucan, 2017, p. 93-94).

Procedeul didactic este un sistem de operații intelectuale și/ sau practice ale profesorului și ale elevilor/ educabililor, operații care transpun în plan practic modalitatea de acțiune a metodelor de învățământ/ didactice, contribuind la valorificarea lor eficientă. Procedeul didactic reprezintă o componentă a metodei, un detaliu care ține de execuția acțiunii didactice, o tehnică particulară cu rol de instrument al metodei de învățământ/ didactice (Bocoș și Jucan, 2017, p. 94).

Astfel, relația procedeu didactic - metodă de învățământ este flexibilă și dinamică: într-un anumit context didactic, o metodă este considerată procedeu dacă se folosește puțin, într-un interval scurt de timp, iar în alt context didactic, un procedeu poate dobândi statutul de metodă de învățământ, dacă este folosit, cu precădere, în activitatea didactică (Bocoș și Jucan, 2019). De exemplu, în contextul unei activități didactice de transmitere și asimilare de noi cunoștințe, metoda expunerii și exercițiul sunt metodele de învățământ, iar conversația este procedeul didactic care le sprijină, dar în contextul unei activități de formare și fixare de priceperi și deprinderi, exercițiul și conversația sunt metode, iar explicația este un procedeu didactic.

În capitolele 2 și 3 vom prezenta și exemplifica sistemul metodologic al instruirii la matematică în mod concret parcurgând conținuturile noționale matematice.

14.2. Mijloace de învățământ utilizate în activitățile matematice

Mijloacele de învățământ reprezintă ansamblul materialelor naturale (obiecte din realitatea înconjurătoare în forma lor naturală – plante, animale, instalații etc.) sau realizate intenționat (modele, planșe, manuale, fișe de lucru, chestionare, teste, portofolii, jocuri didactice etc.) utilizate în activitatea de învățare a elevilor și pentru a sprijini atingerea obiectivelor specifice acestor activități (Ionescu și Chiș, 2001).

Dacă privim din perspectivă istorică, mijloacele de învățământ utilizate erau: tabla, manuale, fișe de lucru, planșe, retroproiectorul, etc.

Recentele schimbări tehnice și sociale au un impact major și asupra modului în care trebuie gândit sistemul mijloacelor de învățământ. Din perspectiva actuală, o dată cu dezvoltarea Internetului și a trecerii prin perioada de pandemie, profesorii au început să utilizeze pe scară largă în instruire o multitudine de mijloace digitale. Astfel, în prezent **mijloacele didactice utilizate în activitățile matematice** sunt diverse, ca de exemplu:

- Tablă de scris clasică, magnetică și virtuală (de exemplu <https://jamboard.google.com/>, <https://openboard.ch/> etc.).
- Calculator ca intermediar al instruirii.
- Videoproiector.
- Flipchart și poster digital.
- Tabletă grafică.
- Platforme de instruire (de exemplu Google Classroom, Microsoft Teams etc.).
- Pagini web/Site-uri educaționale/Aplicații digitale cu acces gratuit ce conțin sau cu ajutorul cărora pot fi create: filmulețe educaționale, animații, videoclipuri, teste online, jocuri didactice etc. (de exemplu <https://asq.ro/>, <https://wordwall.net/>, <https://learningapps.org/>, <https://quizizz.com/>, <https://kahoot.com/>, <https://www.animaker.com/>, <https://mathigon.org/>, <https://www.mathsisfun.com>, <https://www.ixl.com/math> etc.).
- Instrumente matematice reale sau virtuale (riglă, echer, raportor, compas etc., disponibile de exemplu pe: <https://jamboard.google.com/>, <https://openboard.ch/>).
- Manipulative sau truse matematice reale sau virtuale (disponibile de exemplu pe: <https://mathigon.org/polypad>, <https://www.didax.com/math/virtual-manipulatives.html>, <https://toytheater.com/category/teacher-tools/>).
- Manuale școlare în format tipărit și digital.
- Caiete de notițe.
- Caiete speciale.
- Culegeri de probleme.
- Fișe de lucru tipărite sau în format digital etc.

În continuare vom detalia câteva din mijloacele didactice specifice activităților matematice, și care vor fi menționate ulterior pe parcursul lucrării.

Truse logico-matematice. Zoltán Pál Dienes a introdus în perioada 1960-1975 trusa de blocuri logice care îi poartă numele, alcătuită din 48 de piese de având 4 forme geometrice diferite (cerc, triunghi, pătrat și dreptunghi), 3 culori diferite (roșu, albastru și galben), 2 mărimi (mare și mic) și 2 grosimi (gros și subțire) (Figura 1.4.2a.). Ulterior, au apărut variante ale trusei Dienes, de exemplu cu 60 de piese, prin introducerea unei alte forme geometrice, de exemplu hexagon (trusa Logi I) sau oval (trusa Logi II). Aceste truse se utilizează atât în învățământul preșcolar cât și primar în scopul dezvoltării gândirii logico-matematice a copiilor.

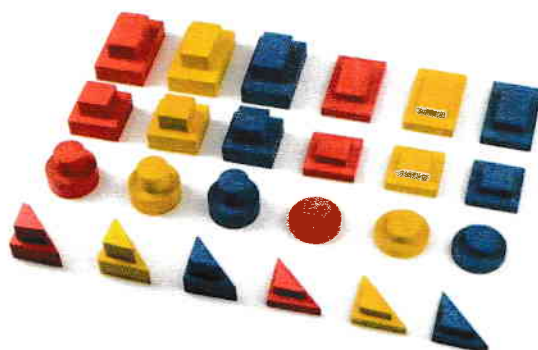


Figura 1.4.2a. Trusa Dienes

Bețișoarele sunt printre cele mai simple și mai la îndemână mijloace didactice care se utilizează la matematică. Ele se pot cumpăra în punguțe de 100 de bețișoare din plastic sau lemn, subțiri și cu o lungime de 5-10 cm. Bețișoarele sunt foarte utile pentru învățarea numerației până la 1000, pentru efectuarea de adunări și scăderi în intervalul 0-1000, dar sunt mai eficiente pentru operații cu numere mai mici decât 200 (a se vedea subcapitolele 2.2.5., 2.2.6. și 2.3.2.).

Socotitoarea simplă constă dintr-o ramă de plastic sau lemn de formă pătrată sau dreptunghiulară în care sunt prinse 10 fire metalice sau de plastic paralele între ele la distanțe egale. Pe fiecare fir se găsesc 10 bile care se pot deplasa (Figura 1.4.2b.). Socotitoarea poate fi utilizată la introducerea numerelor, la descompunerea acestora, la adunări și scăderi în intervalul 0-10. Deși este cel mai cunoscut mijloc de învățare a numerației, considerăm totuși că există alte mijloace mai utile care pot fi utilizate în acest scop, spre exemplu rigletele, blocurile în baza 10 sau chiar bețișoarele. O variantă de socotitoare digitală este disponibilă pe <https://toytheater.com/abacus/>.

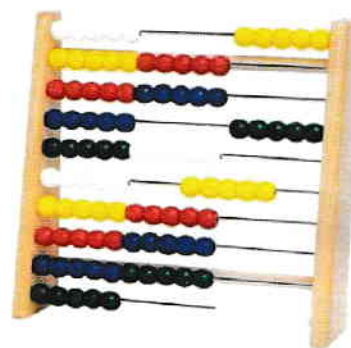


Figura 1.4.2b. Socotitoare simplă

Socotitoarea pozițională numită uneori abac, constă din mai multe tije verticale pe care se pot pune maxim 9 bile. Fiecare tijă corespunde unui ordin, pornind de la dreapta spre stânga (Figurile 1.4.2c. și 1.4.2d.). Socotitoarea pozițională poate fi și în format grafic pe hârtie sau digital, existând aplicații online pentru aceasta, de exemplu: <https://www.ictgames.com/mobilePage/abacus/index.html>. Socotitoarea pozițională se utilizează pentru reprezentarea numerelor mai mari decât 10 și pentru efectuarea de adunări și scăderi.

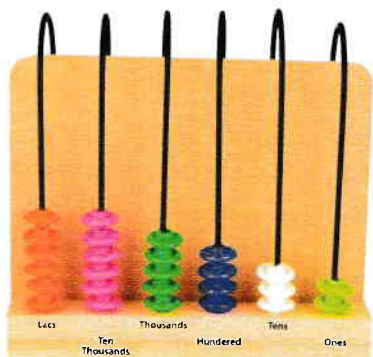


Figura 1.4.2c. Socotitoare pozițională reală

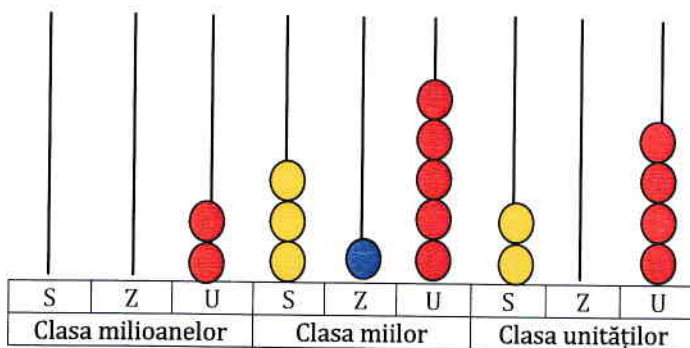


Figura 1.4.2d. Reprezentarea numărului 2315204 pe o socotitoare pozițională în format grafic

Trusa de riglete Cuisenaire a fost introdusă la începutul anilor 1950 de Caleb Gattegno care a popularizat setul de tije numerice creat de profesorul belgian de școală primară George Cuisenaire (1891-1975). În varianta clasică a lui Cuisenaire rigletele sunt un set de 10 paralelipipede din lemn având dimensiunile 1 cm × 1 cm × a cm, unde a ia valori de la 1 cm la 10 cm. Fiecare rigletă are o culoare bine stabilită: 1 - alb, 2 - roșu, 3 - verde deschis, 4 - violet/roz, 5 - galben, 6 - verde închis, 7 - negru, 8 - maro, 9 - albastru și 10 - portocaliu (Figura 1.4.2e.). În varianta clasică rigletele nu au diviziuni care să